

КОМБИНАТОРИКА

1. ТЕСТ ОСНОВНОГ ЗНАЊА (13)

1. Дати су скупови $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $P = \{2, 4\}$. Колико постоји различитих функција $g: M \rightarrow P$?

$(2^5 = 32)$ (04. јул 2015. год)

2. Заокружити тачан одговор. Природних бројева мањих од 1000 у којима се не појављује цифра 1 има:

(a) 728; (b) 530; (c) 400; (d) 900. (e) ниједан од претходних бројева.

(13. јун 2015. год.)

3. Застава има 5 хоризонталних пруга које могу бити црвене, плаве или беле, при чему две суседне пруге не могу бити исте боје. Оваквих различитих застава има:

(a) 49; (b) 50; (c) 48; (d) 20; (e) ниједно од претходних тврђења није тачно

(8. фебруар 2015. год.)

4. Колико има пермутација скупа $\{1, 2, \dots, n\}$ у којима шестица стоји (не обавезно непосредно) иза петице? ($n \geq 6$)

$(\frac{n!}{2})$ (29. август 2015. год.)

5. Дат је скуп $A = \{1, 2, \dots, 10\}$. Колико има групоида $(A, *)$ таквих да важи

$(\forall x \in A) x * 2 = x * 3$?

(10^{90}) (23. јануар 2015. год.)

6. На колико се начина из скупа елемената $A = \{1, 2, \dots, n\}$ може изабрати уређена тројка (a, b, c) тако да a и b буду међусобно различити и мањи од c ?

(a) $\binom{n}{3}$; (b) $2\binom{n}{3}$; (c) n^3 ; (d) $\binom{n}{2}$; (e) ниједно од претходних тврђења није тачно.

(25. август 2012. год.)

7. На колико начина можемо попунити празна места у табелици

*	a	b
a	a	
b		a

тако да $(G, *)$, $G = \{a, b\}$ буде групоид?

$(2^2 = 4)$ (2. јул 2011. год.)

8. Колико има седмоцифрених бројева у чијем запису се три пута појављује цифра 1 и по два пута цифре 2 и 3?

$$\left(\frac{7!}{3!2!2!} \right)$$

(26. август 2018. год.)

9. На колико начина можемо поређати у низ елементе 1, 2, 3, 4, 5 тако да на прва два места буду парни бројеви?

$$(2!3! = 12)$$

(17. септембар 2011. год.)

10. На полици се налази 7 различитих књига од којих су 3 из математике, две из физике и две из хемије. На колико различитих начина се могу распоредити књиге на полици, ако се зна да све књиге из исте области морају бити увек једна до друге?

$$(3!2!2!3! = 144)$$

(4. јун 2017. год.)

11. На колико различитих начина се могу поређати у низ бројеви 1, 2, ..., n, где је $n \geq 9$, тако да се број 3 налази испред броја 9?

$$\left(\frac{n!}{2} \right)$$

(3. септембар 2017. год.)

12. Колико има троцифрених бројева дељивих са пет у чијем запису нема понављања цифара?

$$(9 \cdot 8 + 8 \cdot 8 = 136)$$

(1. јул 2018. год.)

13. На колико начина се од 6 људи може саставити 5 трочланих комисија, тако да никоје две од тих комисија нису истог састава?

$$\left(\binom{\binom{6}{3}}{5} = \binom{20}{5} \right)$$

(25. септембар 2016. год.)

2. ИСПИТНИ ЗАДАЦИ (13)

1. [6] Колико постоји (тачно) шестоцифрених природних бројева у којима се појављују цифре 0 или 7?

$$(9 \cdot 10^5 - 8^6)$$

(5. јул 2014. год.)

2. [6] Колико има природних бројева не већих од 10^6 који нису дељиви ниједним од бројева 2, 3 и 5?

$$\left(10^6 - \frac{10^6}{2} - \left[\frac{10^6}{3} \right] - \frac{10^6}{5} + \left[\frac{10^6}{6} \right] + \frac{10^6}{10} + \left[\frac{10^6}{15} \right] - \left[\frac{10^6}{30} \right] = 2666666 \right) \quad (13. јун 2015. год.)$$

3. [5] Колико различитих делилаца (укључујући број један и сам тај број) има број 16200?

$$(16200 = 2^3 3^4 5^2, \text{ делилаца има } 4 \cdot 5 \cdot 3 = 60)$$

(30. јун 2012. год.)

4. [7] Дат је скуп $A = \{1, 2, \dots, 50\}$. Одредити број свих подскупова скупа A који имају пет чланова, у којима се налази број 49 и који не садрже два узастопна броја.

$$\binom{44}{4}$$

(13. 09. 2014. год.)

5. [7] У орману се налази 12 различитих пари ципела. На колико начина можемо изабрати 4 ципеле, тако да међу изабраним ципелама буде бар један пар исте врсте?

$$\binom{12}{2} + 12 \cdot \binom{11}{2} \cdot 4 = 2706$$

(04. јул 2015. год.)

6. [6] Колико постоји рефлексивних и симетричних бинарних релација у скупу X , ако је $|X| = 25$?

$$\left(2^{\frac{25^2-25}{2}} = 2^{300}\right)$$

(9. фебруар 2014. год.)

7. [2+3+3] На колико се начина 21 куглица, које се међусобно не разликују, могу разместити у 4 различите кутије, тако да важи:

(a) ниједна кутија није празна; (b) у првој кутији је тачно 6 куглица;

(c) у првој кутији се налази бар једна куглица, у другој бар две, у трећој бар три и у четвртој бар четири куглице?

$$\left(\binom{20}{3}; \binom{23}{2}; \binom{14}{3}\right)$$

(10. јун 2018. год.)

8. [7] На колико различитих начина се десет особа може распоредити на тридесет седишта у једном реду позоришне сале, тако да између било које две особе буде бар једна празна столица?

$$\binom{21}{10} \cdot 10!$$

(19. 04. 2015.)

9. [7] Колико се различитих речи може добити пермутовањем слова речи КОМБИНАТОРИКА, тако да никоја два иста слова нису суседна?

$$\left(\frac{13!}{2^4} - 4 \cdot \frac{12!}{2^3} + 6 \cdot \frac{11!}{2^2} - 4 \cdot \frac{10!}{2} + 9!\right)$$

(17. 09. 2017. год.)

10. [8] Дато је 6 црвених, 7 плавих и 10 белих куглица, нумерисаних различитим бројевима од 1 до 23. На колико начина се дате куглице могу поређати у низ, тако да свака црвена куглица стоји између плаве и беле, а ниједна плава куглица није суседна белој куглици?

$$6!7!10! \left(\binom{6}{2} \binom{9}{3} + \binom{6}{3} \binom{9}{2} \right)$$

(25. 06. 2017.)

11. [8] Нека је дат скуп $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$. Означимо са M скуп свих квадратних матрица реда n чији су елементи из скупа A . Колико има елемената у скупу M ? Колико има:

(a) дијагоналних,

(b) скаларних,

(c) троугаоних,

(d) симетричних матрица у скупу M ?

$$\left(10^{n^2}; (a) 10^n; (b) 10; (c) 2 \cdot 10^{\frac{n^2+n}{2}} - 10^n; (d) 10^{\frac{n^2+n}{2}}\right)$$

(25. 02. 2012.)

12. [6] Нека је дат скуп $A = \{1, 2, \dots, 10\}$. Колико има групоида $(A, *)$ таквих да важи

$(\forall x \in A) x * 2 \notin \{x, 5\}$?

$$(10^{90} \cdot 8^9 \cdot 9)$$

(9. јун 2012. год.)

13. [8] Колико има природних бројева мањих од 10^n у чијем запису никоје две суседне цифре нису једнаке?

$$(9 + 9^2 + 9^3 + \dots + 9^n = \frac{9}{8}(9^n - 1))$$

(1. јул 2018. год.)